

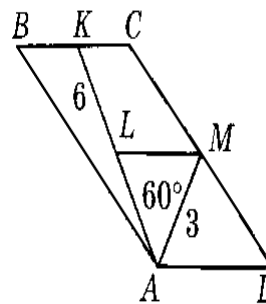
9 КЛАСС

9.1. Доказательство: $5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2020} = 5(1 + 5) + 5^3(1 + 5) + \dots + 5^{2019}(1 + 5) = 6(5 + 5^3 + \dots + 5^{2019})$. Так как первый множитель делится на 6, то и все произведение делится на 6.

9.2. Ответ: $x > 0, y < 0$. **Решение:** Среди чисел $x - y, x + y, x^2 - y^2$ каждое является либо произведением, либо частным двух других. Поэтому среди них не может быть ровно одного отрицательного, так как и произведение, и частное двух положительных чисел положительны. Тогда они все положительны и поэтому $x^2 + y^3 < 0$, и, поскольку $x^2 \geq 0$, то $y^3 < 0$ и $y < 0$. Наконец, $x = (x + y) - y > 0$.

9.3. Ответ: не сможет. **Решение:** Чтобы средняя скорость гонца на всём пути равнялась 12 милям в час, он должен пробежать 24 мили за 2 часа. Но эти 2 часа он уже потратил на первые 16 миль.

9.4. Ответ: 4 см. **Решение:** Задача имеет много решений. Рассмотрим одно из них. Проведем в трапеции $AKCD$ среднюю линию ML . Она параллельна AD и KC , причем $AL = 3$ см. Обозначим $AD = 2x$, тогда $KC = x$. Так как треугольник ALM – равнобедренный с углом при вершине 60° , то он равносторонний, поэтому $LM = 3$ см. А тогда, используя свойство средней линии трапеции, имеем: $\frac{2x+x}{2} = 3$, откуда $x = 2$, а значит, $AD = 4$ см.



9.5. Ответ: 9. **Решение:** С любой клетки квадрата 3×3 король может добраться до любой другой его клетки, пройдя не больше чем через одну промежуточную клетку. Поэтому в любом квадрате 3×3 есть не больше одной незакрашенной клетки. Так как доску 9×9 можно разбить на 9 квадратов 3×3 , незакрашенных клеток на ней не больше девяти. Раскраска, когда незакрашенных клеток ровно 9, может быть, например, такой (это не единственный возможный пример!): красим в красный цвет третью и седьмую вертикали, а также третью и седьмую горизонтали с небольшими исключениями, незакрашенными оставляем угловые клетки, центральную клетку и клетки в серединах сторон доски по краю, а все остальные клетки красим в синий цвет.

Другое решение: Разобьем доску на девять квадратиков 3×3 . Заметим, что в каждом таком квадратике не более одной незакрашенной клетки. Действительно, если в каком-то квадратике 3×3 есть хотя бы две незакрашенные клетки, то король может попасть из одной в другую, пройдя не более чем через одну покрашенную клетку. Таким образом, на доске не более девяти незакрашенных клеток. Пример раскраски с девятью незакрашенными клетками приведён на рисунке.

